

Elektrotehnika i elektronika

završni ispit – IV smena – jun 2013

Teorijska pitanja:

P1. Kako se definišu jačina i potencijal električnog polja [2]? Generalisani Gausov zakon (iskaz i zapis) [2]. Kako se izračunava energija elektrostatičkog polja [2]?

P2. Ekvivalentna otpornost redne veze otpornika R_1 i R_2 je $14[\Omega]$. Kada se ova dva otpornika povežu paralelno odnos snaga termičkih disipacija na njima je $P_1:P_2=4:3$. Odrediti otpornike R_1 i R_2 [4]? Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku (slika obavezna) [2].

P3. Nacrtati sliku i izvesti izraz za pravac, smer i intenzitet vektora magnetske indukcije u centru kružnog provodnika sa strujom jačine I [4].

P4. Nacrtati simetričan trofazni prijemnik spregnut u zvezdu povezan na simetričan trofazni sistem [2]. Uslov prilagođenja prijemnika po snazi generatoru u ustaljenom prostoperiodičnom režimu [2].

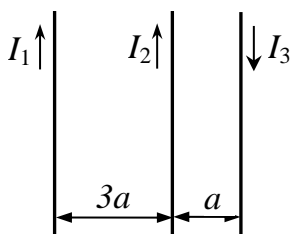
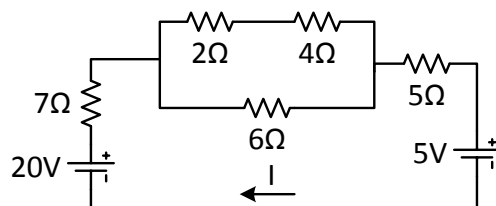
Zadaci:

Z1. Sferni kondenzator poluprečnika elektroda $a=1[\text{cm}]$ i $b=2[\text{cm}]$ naelektrisan je naelektrisanjem $Q=10[\text{nC}]$. Odrediti:

- maksimalnu jačinu električnog polja u kondenzatoru [2],
- napon između elektroda [2],
- kapacitivnost kondenzatora [2],
- kapacitivnost ovog kondenzatora kada se prostor između elektroda u potpunosti ispuni homogenim dielektrikom relativne permitivnosti $\epsilon_r = 4$ [2]?

Z2. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike odrediti:

- jačinu struje I [2],
- napon na otporniku od 6Ω [2],
- snagu termičke disipacije na otporu od 2Ω [2],
- snagu obe baterije [2].



Z3. Tri tanka, paralelna, vrlo dugačka provodnika nalaze se u vazduhu u položaju kao na slici. Kroz provodnike protiču vremenski konstantne struje. Odrediti vektor podužne sile [6] koja deluje na provodnik sa strujom I_2 , ako je $I_1 = I_2 = I_3 = 30\text{A}$, $a=1\text{m}$ i $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{H/m}$.

Z4. Na idealni prostoperiodični izvor elektromotorne sile $e(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(10^5 t)\text{V}$ redno su povezani otpornik $R=400\Omega$, kalem induktivnosti $L=10\text{mH}$ i kondenzator kapacitivnosti $C=10\text{nF}$. Nacrtati električnu šemu [1] kola i odrediti trenutne vrednosti napona na otporniku [2], kondenzatoru [2] i kalemu [2]. Odrediti aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu [2] izvora.

P2. $R_1 + R_2 = 14\Omega$. Dalje je $P_1:P_2 = 4:3$, odnosno $\frac{U^2}{R_1}:\frac{U^2}{R_2} = \frac{4}{3}$, pa je $\frac{R_2}{R_1} = \frac{4}{3}$. Rešavanjem se dobija $R_1 = 6\Omega$ i $R_2 = 8\Omega$.

P3. $B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R}$, pravac smer vezani su po pravilu desnog zavrtnja sa smerom struje.

$$\mathbf{Z1.} \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad a \leq r \leq b.$$

a) Maksimalna jačina polja je $E_{\max} = E(r=a) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot a^2} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot (10^{-2})^2} = 9 \cdot 10^5 [\text{V/m}]$.

b) Napon $U_{ab} = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right] = 4.5 [\text{KV}]$.

c) Kapacitivnost $C = \frac{Q}{U_{ab}} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{4.5 \cdot 10^3} = 2.22 [\text{pF}]$.

d) $C' = \epsilon_r \cdot C = 4 \cdot 2.22 [\text{pF}] = 8.88 [\text{pF}]$.

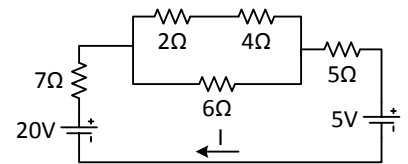
Z2. Ukupan otpor kola je $R_U = 7 + (4 + 2) \parallel 6 + 5 = 7 + 3 + 5 = 15\Omega$.

a) Struja $I = \frac{20-5}{15} = 1\text{A}$

b) Napon na otporniku od 6Ω jednak je $U_6 = 6 \cdot I/2 = 3\text{V}$.

c) Kroz otpornike od 2Ω i 4Ω protiče struja $I_{24} = I/2 = 0.5\text{A}$, pa je snaga disipacije $P = 2I_{24}^2 = 2 \cdot (0.5)^2 = 500\text{mW}$.

d) $P_{20V} = 20I = 20 \cdot 1 = 20\text{W}$, $P_{5V} = -5I = -5 \cdot 1 = -5\text{W}$

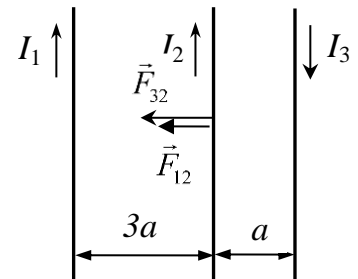


Z3. $\vec{F}'_{12} = \frac{I_2 \vec{l}_2 \otimes \vec{B}_1}{l_2}$, $\vec{F}'_{32} = \frac{I_2 \vec{l}_2 \otimes \vec{B}_3}{l_2}$, intenziteti podužnih sila su

$F'_{12} = I_2 B_1$, $F'_{32} = I_2 B_3$, a pravci i smerovi ucrtani su na slici. Rezultatna podužna sila usmerena je prema prvom provodniku:

$$F'_2 = F'_{32} + F'_{12} = I_2 (B_3 + B_1) = I_2 \left(\mu_0 \frac{I_3}{2\pi \cdot a} + \mu_0 \frac{I_1}{2\pi \cdot 3a} \right)$$

$$F'_2 = \mu_0 \frac{I}{2\pi a} \left(I + \frac{I}{3} \right) = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{30}{2\pi \cdot 1} (30 + 10) = 240 \mu\text{N/m}.$$



Z4. $e(t) = \sqrt{2} \cdot \sin(10^5 t) \text{V} \Rightarrow \bar{E} = 1 \angle 0^\circ \text{V}$.

$$\bar{Z}_U = R + j\omega L - j \frac{1}{\omega C} = 400 + j10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - j \frac{1}{10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = 400 + j10^3 - j10^3 = 400\Omega.$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_U} = \frac{1}{400} = 2.5\text{mA}, \quad \bar{U}_R = R\bar{I} = 400 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} = 1\text{V}, \quad u_R(t) = \sqrt{2} \sin(10^5 t) \text{V}$$

$$\bar{U}_L = j\omega L\bar{I} = j10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} = j2.5\text{V} = 2.5e^{j\frac{\pi}{2}} \text{V}, \quad u_L(t) = 2.5\sqrt{2} \sin(10^5 t + \frac{\pi}{2}) \text{V},$$

$$\bar{U}_C = -j \frac{1}{\omega C} \bar{I} = -j \frac{1}{10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} = -j2.5\text{V} = 2.5e^{-j\frac{\pi}{2}} \text{V}, \quad u_C(t) = 2.5\sqrt{2} \sin(10^5 t - \frac{\pi}{2}) \text{V}.$$

$$\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = 1\text{V} \cdot 2.5\text{mA} = 2.5\text{mW} = P + jQ, \Rightarrow P = S = 2.5\text{mW}, \quad Q=0.$$